

# Aplikasi Distribusi Maxwell-Boltzmann dalam Menentukan Kecepatan Molekular

Oleh: Widya Wati, M.Pd<sup>1\*</sup>

## Abstrak

Distribusi Maxwell-Boltzmann adalah salah satu dari tiga distribusi partikel yang dikenal pada sistem partikel. Distribusi Maxwell-Boltzmann, masih dalam kategori pada sistem partikel klasik, dimana partikel-partikel didalamnya masih dapat terbedakan. Salah satu penerapan distribusi Maxwell-Boltzmann yang ada disekitar kita adalah distribusi partikel pada tabung gas rumahan baik yang 3 kg maupun 12 kg. Dengan memahami distribusi Maxwell-Boltzmann, kita dapat mengetahui bagaimana kecepatan molekular yang terjadi pada tabung gas. Pada tulisan ini dipaparkan akan dipaparkan aplikasi distribusi Maxwell-Boltzmann dalam menentukan kecepatan molekular, visualisasi ruang kecepatan, kecepatan gas dalam tabung gas, dan juga fenomena ledakan tabung gas.

**Kata Kunci:** Distribusi Maxwell Boltzman, Kecepatan molekular, Tabung gas

## Pendahuluan

Di dalam mekanika statistik, fungsi distribusi  $f(E)$  bagi sistem partikel identik merupakan peluang sebuah partikel berada pada tingkat energi  $E$ . Fungsi ini merupakan perluasan gagasan peluang diskret untuk kasus yang energinya kontinu,

Sampai sejauh ini, di alam, paling tidak terdapat tiga fungsi distribusi yang berbeda, yaitu fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein, dan Fermi-Dirac. Fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann berlaku untuk partikel identik tetapi terbedakan.

Contoh bagi distribusi ini adalah distribusi Maxwell untuk kecepatan molekular. Distribusi Bose-Einstein dan Fermi-Dirac berlaku apabila partikel itu terbedakan (akibat efek kuantum) yang masing-masingnya berlaku untuk spin bulat dan setengah (dalam satuan  $\hbar$ ). Radiasi termal dan panas spesifik mematuhi distribusi Bose-Einstein, sedangkan elektron di dalam logam dan semikonduktor serta lubang (hole) mematuhi fungsi distribusi Fermi-Dirac.

---

\*widya.fis57@gmail.com

## Aplikasi Distribusi dalam Menentukan Kecepatan Molekular

## Maxwell-Boltzmann

Laju rata-rata sebuah molekul dalam suatu sistem gas ideal bersuhu  $T$  adalah sebagai berikut:

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$$
$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Dalam konteks Teori Kinetik Molekular Gas, gas berisisejumlah besar partikel dalam gerak cepat. Setiap partikel memiliki kecepatan yang berbeda, dan setiap tumbukan antar partikel perubahan kecepatan dari partikel. Pemahaman tentang sifat gas membutuhkan pemahaman tentang distribusi kecepatan partikel.

Dalam distribusi Maxwell-Boltzmann molekul-molekul dalam gas ideal dapat dibedakan dan setiap keadaan dapat diisilebih dari satu molekul.

Statistik Maxwell-Boltzmann:

$$N_j = \frac{N}{Z} g_j \exp\left(-\frac{\epsilon_j}{kT}\right)$$

Jumlah rata-rata molekul yang energinya antara  $\epsilon_j$  dan  $\epsilon_j + \Delta\epsilon_j$

$$\Delta N_j = \frac{N}{Z} \Delta g_j \exp\left(-\frac{\epsilon_j}{kT}\right)$$

Jumlah keadaan yang energinya antara  $\epsilon_j$  dan  $\epsilon_j + \Delta\epsilon_j$

Persamaan 1....

$$\Omega(\epsilon_j) = \Delta g_j = \frac{d\Phi(\epsilon_j)}{d\epsilon} \Delta\epsilon$$

Tinjau sistem partikel dalam kotak 3-D:

$$\Phi(\epsilon) = \frac{1}{8} \text{volume bola} = \frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{dengan } R^2 = n_j^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$$

Nyatakandalam  $n_j$ :

Persamaan 2....

$$\Phi(n_j) = \frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi n_j^3 = \frac{\pi}{6} n_j^3$$

Persamaan3.....

$$\Omega(n_j) = \Delta g_j = \frac{d\Phi(n_j)}{dn_j} = \frac{\pi}{2} n_j^2 \Delta n_j$$

Pernyataanenergi $\varepsilon_j$ :

Persamaan4.....

$$\varepsilon_j = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \frac{h^2}{8m} V^{-2/3} n_j^2$$

FungsiPartisi Z:

$$Z = \sum \Delta g_j \exp\left(-\frac{\varepsilon_j}{kT}\right) = \frac{\pi}{2} \sum_j n_j^2 \Delta n_j \exp\left(-\frac{h^2 V^{-2/3}}{8mkT} n_j^2\right)$$

Aproksimasi:

Persamaan5.....

$$Z = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty n_j^2 \exp\left(-\frac{h^2 V^{-2/3}}{8mkT} n_j^2\right) dn_j = V \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2}$$

Sekarangkitanyatakanindeks n padapersamaan-persamaansebelumnyamenjadiindeks v (kecepatan):

PernyataanEnergi:

Persamaan6.....

$$\varepsilon_j = \frac{h^2}{8m} V^{-2/3} n_j^2 = \frac{1}{2} m v_j^2$$

Persamaan 6 ditambahdenganpersamaan 3 menjadi:

Persamaan7.....

$$\Delta g_v = \frac{4\pi m^3 V}{h^3} v^2 \Delta v$$

Sehingga statistic Maxwell Boltzmann menjadi:

Persamaan8.....

$$\Delta N_v = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v$$

Jumlah rata-rata molekul yang lajunyaantara v dan v +  $\Delta v$

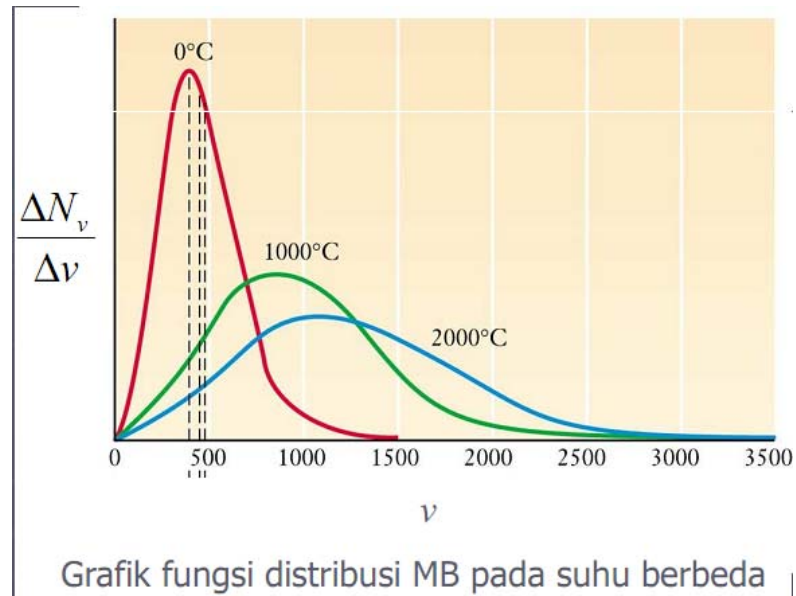
### Distribusi Kecepatan molekul

$$\Delta N_v = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \Delta v$$

Menjadi:

Persamaan 9.....

$$\frac{\Delta N_v}{\Delta v} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$



Laju dengan peluang terbesar  $v_m$ :

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{\Delta N_v}{\Delta v} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dv} \left( \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \right) = 0$$

Persamaan 10.....

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Fungsi distribusi MB dinyatakan dalam  $v_m$ :

Persamaan 11.....

$$\frac{\Delta N_v}{\Delta v} = \frac{4N}{\sqrt{\pi v_m^3}} v^2 \exp\left(\frac{-v^2}{v_m^2}\right)$$

Laju rata-rata molekul:

$$\bar{v} = \frac{1}{v} \sum v \Delta N$$

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi v_m^3}} \int_0^\infty v^3 \exp\left(\frac{-v^2}{v_m^2}\right) dv$$

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_m = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Distribusi root-mean-square ( $v_{rms}$ ):

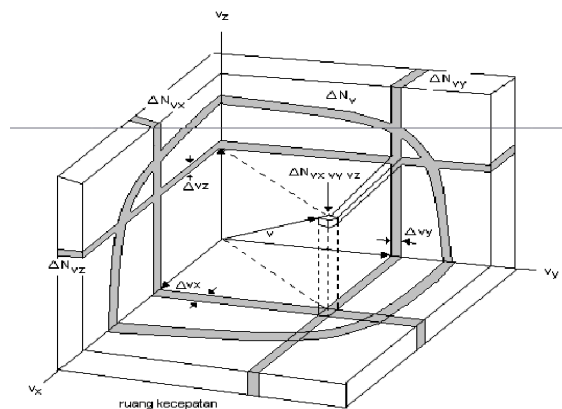
$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \left(\frac{1}{N} \sum v^2 \Delta N_v\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{4}{\sqrt{\pi v_m^3}} \int_0^\infty v^4 \exp\left(\frac{-v^2}{v_m^2}\right) dv\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$v_{rms} = \frac{3}{2} v_m = \sqrt{3 \frac{kT}{m}}$$

Perbandingan ketigajenis kelajuan:

$$v_m : \bar{v} : v_{rms} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} : \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} : \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1 : 1,128 : 1,224$$

### Visualisasi ruang kecepatan



$\Delta N_v$  = jumlah vector kecepatan yang berujung pada kulit bola, yang kecepataannya antara  $v$  dan  $v + \Delta v$  volume kulit bola :  $4\pi v^2 \Delta v$

Jumlah titik representative tiap satuan volume dalam kulit atau kerapatan  $\rho_v$ :

$$\rho_v = \frac{\Delta N_v}{4\pi v^2 \Delta v} = N \left( \frac{1}{\sqrt{\pi v_m}} \right)^3 \exp \left( -\frac{v^2}{v_m^2} \right)$$

Tinjauanelemenvolum  $\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$  dalam ruang kecepatan

Jumlah titik representative dalam elemen volume  $\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$  adalah  $\Delta N_{v_x v_y v_z}$

Sehingga:

$$\Delta N_{v_x v_y v_z} = \rho_v \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$$

Jumlah molekul yang kecepatannya antara  $v_x$  dan  $v_x + \Delta v_x$ ,  $v_y$  dan  $v_y + \Delta v_y$ ,  $v_z$  dan  $v_z + \Delta v_z$

$$\Delta N_{v_x v_y v_z} = N \left( \frac{1}{\sqrt{\pi v_m}} \right)^3 \exp \left[ -\frac{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{v_m^2} \right] \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$$

Kita tinjau salah satu komponen saja, misalnya komponen x, maka jumlah molekul yang kecepatannya antara  $v_x$  dan  $v_x + \Delta v_x = \Delta N_{v_x}$

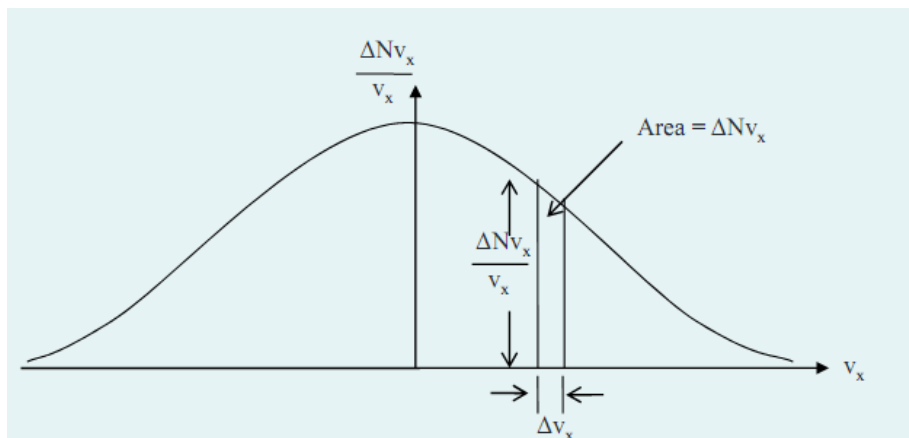
$$\Delta N_{v_x} = N \left( \frac{1}{\sqrt{\pi v_m}} \right)^3 \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( \frac{-v_y^2}{v_m^2} \right) dv_y \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( \frac{-v_z^2}{v_m^2} \right) dv_z \right] \exp \left[ \frac{-v_x^2}{v_m^2} \right] \Delta v_x$$

Sehingga fungsi distribusi kecepatan

Maxwell-

boltzmann untuk satu komponen kecepatan adalah:

$$\frac{\Delta N_{v_x}}{\Delta v_x} = N \frac{1}{\sqrt{\pi v_m}} \exp \frac{-v_x^2}{v_m^2}$$

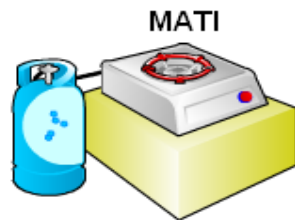
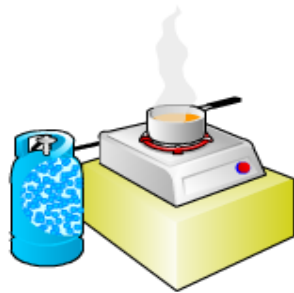


### Kecepatan Gas dalam Tabung Gas

The-Boltzmann Maxwell menggambarkan distribusi kecepatan partikel di gas, di mana partikel tidak terus-menerus berinteraksi satu sama lain, tetapi bergerak bebas antarpedek tabrakan. Ini menggambarkan kemungkinan partikel kecepatan (yang besar dari vektor kecepatannya) yang dekat dengan nilai yang

diberikan sebagai fungsi dari suhu dari sistem, dan bahwa nilai kecepatan.

massa partikel,



Dari gambar di atas dapat dilihat jika kompor gas sedang dihidupkan maka partikel di dalam tabung bergerak lebih cepat daripada saat kompor gas dimatikan. Hal ini dapat diketahui bahwa kuadrat kecepatan partikel di dalam tabung berbanding dengan suhu partikel gas.

### Fenomena Ledakan Tabung Gas

Beberapa waktu lalu banyak terjadi ledakan yang disebabkan kompor gas baik karena bocor maupun sebab yang lainnya. Dalam sebuah berita di Kompasian secara online, dijelaskan beberapa penyebab terjadinya ledakan kompor gas.

Ada 3 sebab mengapa kompor gas bisa meledak, yang pertama karena faktor alat yang memang sudah tidak sesuai standar atau alatnya sudah aus, untuk itu penting kiranya memperhatikan umur alat, meskipun alat tersebut standar tapi kalau sudah melewati batas waktu pemakaiannya maka bisa berbahaya juga. Taruhlah selang, meskipun SNI tapi kalau tidak pernah diganti dan dirawat maka bisa berbahaya juga. Sebagai gambaran, untuk pemakaian selang hasil pembagi dari konversi,

itu jangkawaktu penggunaannya paling lama 2 tahun, atau bisa juga 1 tahun tergantung intensitas pemakaiannya.

Faktor yang ke-dua karena adanya unsur kesalahan dalam penggunaannya, ini bisa diatasi dengan melakukan sosialisasi bagaimana menggunakan kompor dengan benar. Untuk kompor hasil konversi waktu itu kita sudah sertakan manual Book penggunaan, serta ada kelompok-kelompok masyarakat yang turun kelapangan untuk mensosialisasikan pemakaian kompor yang benar.

Faktor yang ketiga adalah masalah kriminal dan justru inilah yang memakan korban paling banyak. Modusnya yaitu isi tabung 3 kg disuntik ke tabung 12 kg, dan itu dilakukan di gudang di mana terdapat banyak tumpukan Elpiji.

Dalam banyak kasus ledakan terjadi pada saat menghidupkan kompor gas, artinya pada kompor gas tersebut terjadi perubahan suhu pada tabung gas, sehingga kecepataannya pun berubah. Jika terjadi kesalahan pada selang atau kebocoran tabung maka kecepatan partikel gas menumbuk dinding tabung dalam tabung gas akan semakin cepat sehingga atom-atom gas dalam tabung akan mendorong tutup tabung agar terbuka atau memecahkan dinding tabung yang akhirnya menimbulkan suara ledakan.

## **Kesimpulan**

Aplikasi Distribusi Maxwell-Boltzman dapat diterapkan pada tabung gas untuk keperluan sehari-hari. Pada saat menyalakan kompor gas, yang berarti menaikkan suhu pada tabung gas, sehingga molekul gas di dalam tabung gas bergerak lebih cepat dari pada pada saat kompor gas dimatikan. Untuk itulah pengguna kompor gas disarankan untuk berhati-hati menyalakan kompor gas dan selalu memeriksa jika terdapat kebocoran pada tabung gas.

## **Daftar Rujukan**

Aminuddin Bama, Akhmad. Jurnal fisika FMIPA: Statistik Sistem Zarah; dari klasik hingga ke eksotik. Universitas Sriwijaya: 2009.  
<http://jpsmipaunsri.files.wordpress.com//2010/08/0526-29-b-bama-ramlan-ganjil.pdf> diakses tanggal 30 desember 2010



Anonim. Aplikasi Statistik Maxwell-Boltzman, distribusi Kecepatan. 2010. [http://file.upi.edu/ai.php?dir=Direktori/D%20-%20FPMIPA/JUR.%20PEND.%20FISIKA/ENDI%20SUHENDI/Kuliah/FI472%20Fisika%20Statistik/Bahan%20Ajar/&file=9.%20Aplikasi%20MB%20distrib%20kecepatan%20\[Compatibility%20Mode\].pdf](http://file.upi.edu/ai.php?dir=Direktori/D%20-%20FPMIPA/JUR.%20PEND.%20FISIKA/ENDI%20SUHENDI/Kuliah/FI472%20Fisika%20Statistik/Bahan%20Ajar/&file=9.%20Aplikasi%20MB%20distrib%20kecepatan%20[Compatibility%20Mode].pdf) diakses tanggal 30 desember 2010

Anonym. 3 faktor penyebab ledakan tabung gas. 2010 <http://regional.kompasiana.com/2010/07/07/3-faktor-penyebab-ledakan-kompor-gas/> Diakses tanggal 30 desember 2010

Raharjo, Purwadi. Kecepatan atom gas dengan distribusi Maxwell-boltzmann. 2010. [http://www.infometrik.com/wp-content/uploads/2010/01/kecepatan\\_partikel\\_plasma\\_1.pdf](http://www.infometrik.com/wp-content/uploads/2010/01/kecepatan_partikel_plasma_1.pdf) diakses tanggal 30 desember 2010